

Contexte et problématique

Dynamique rapide

- Phénomène transitoire rapide
→ **Intégration explicite en temps**
- Raffinement de maillage adaptatif
→ **Maillage non conforme**
- Code MANTA
→ **HPC, C++**



Avantages de la méthode HHO

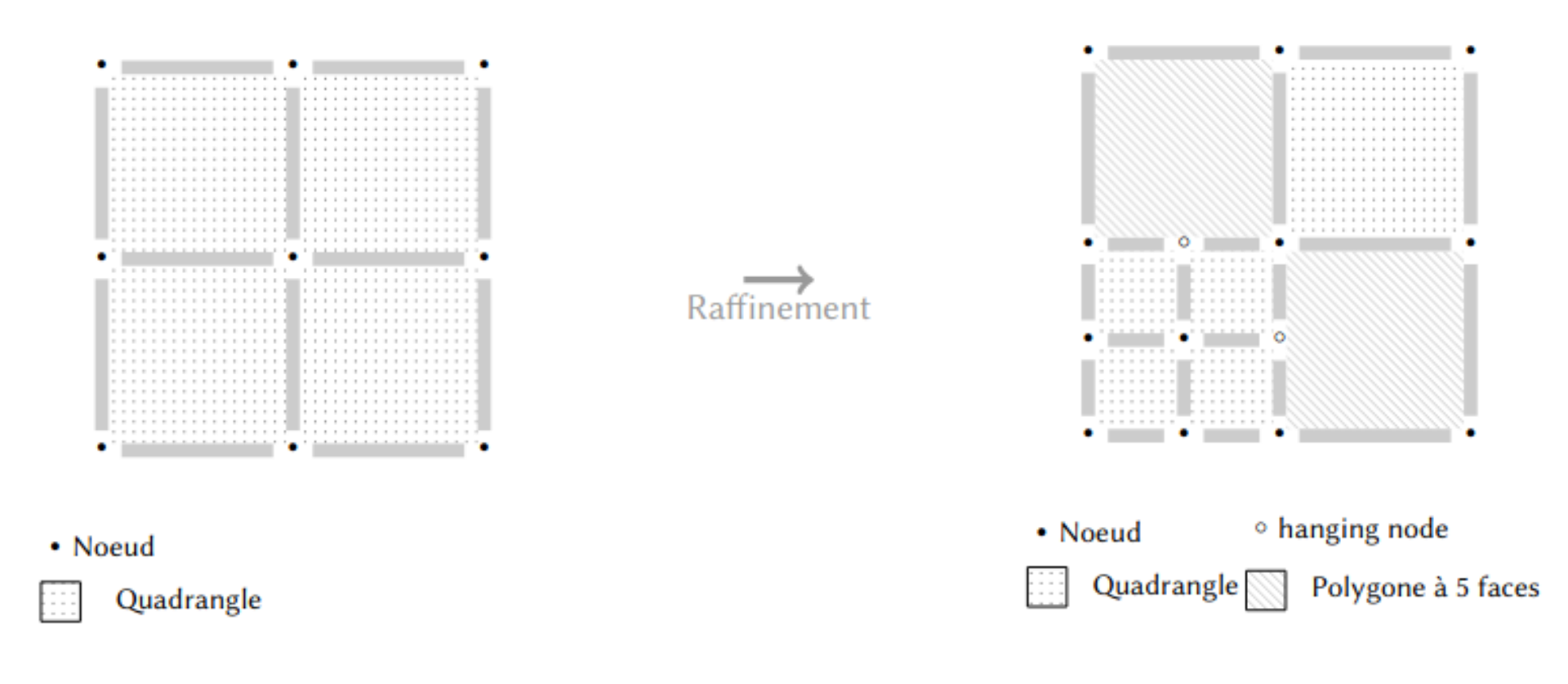
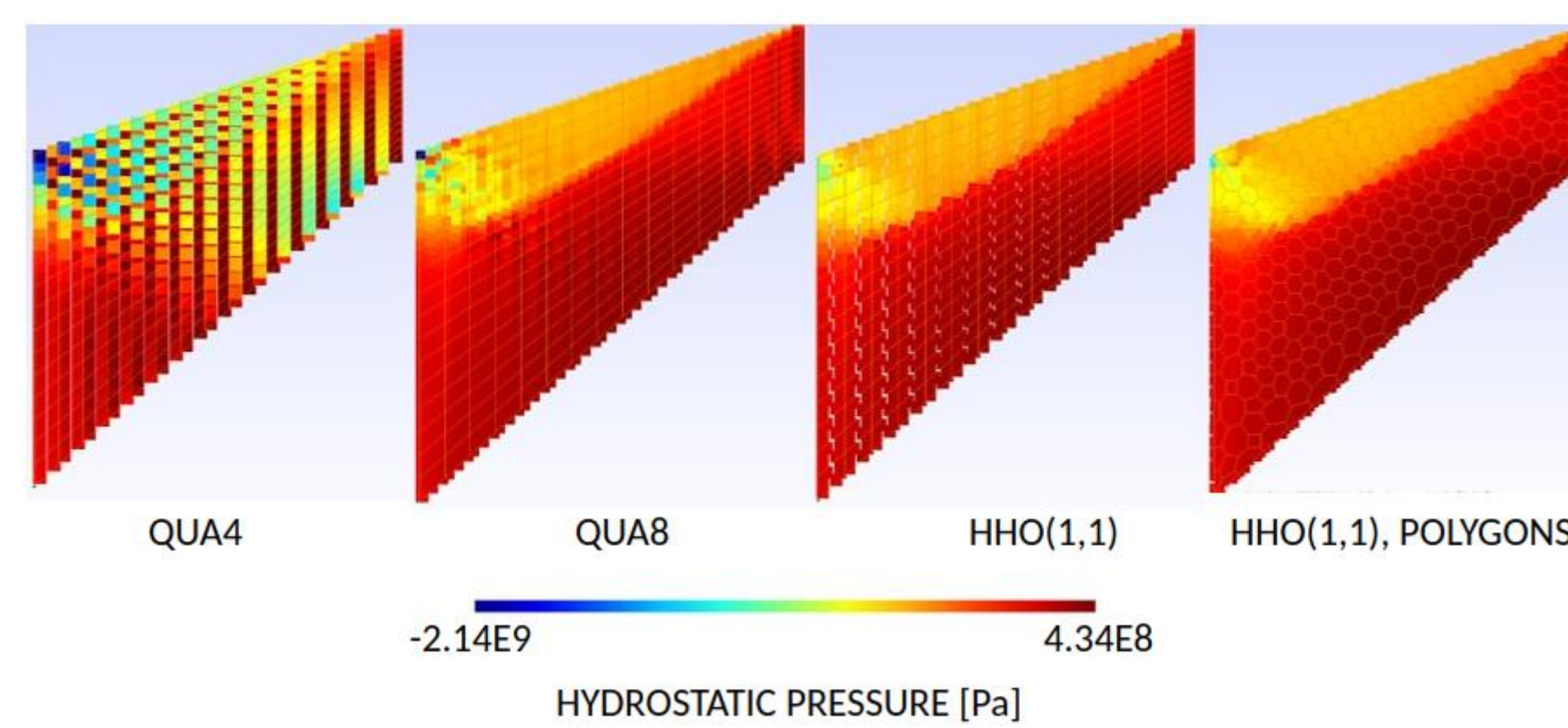


Figure 1 : verrouillage volumique (membrane de Cook)

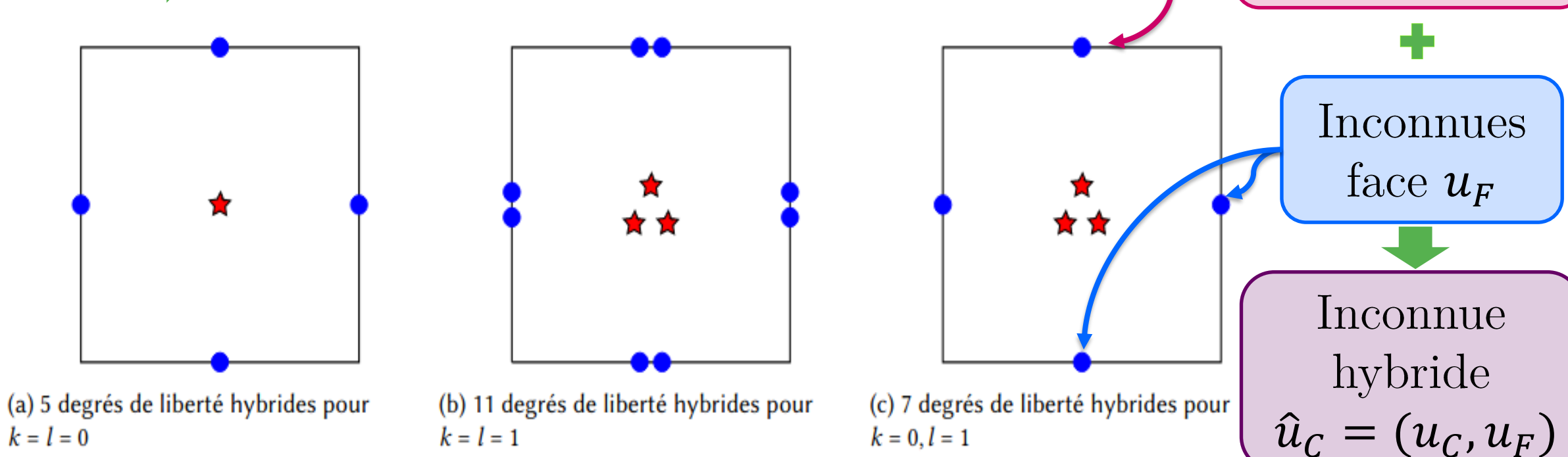
Figure 2 : Raffinement de maillage local et « hanging nodes »

La méthode HHO

Degrés de liberté

Inconnues polynomiales sur les **cellules** et les **faces**

→ Inconnue hybride et non conforme



Opérateurs

- Opérateur de reconstruction du gradient $\nabla u \rightarrow G(\hat{u}_C)$
 - Opérateur de stabilisation $s(\hat{u}, \hat{w})$
- Formulation faible sur une cellule
- $$\int_C \partial_i^2 u_C \cdot w_C + \sigma(G(\hat{u}_C)) : G(\hat{w}_C) + s(\hat{u}_C, \hat{w}_C) = \int_C f_C w_C$$
- Accélération Forces internes

Formulation algébrique

Forces internes physiques $\sigma(G(\hat{u}_C)) : G(\hat{w}_C) \rightarrow F_\sigma^i(\hat{U})$

Stabilisation $s(\hat{u}_C, \hat{w}_C) \rightarrow S\hat{U}$

Forces internes HHO $F^i(\hat{U}) = F_\sigma^i(\hat{U}) + S\hat{U}$

$$\begin{bmatrix} M_{cc} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_C^n \\ \cdot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_C^i(U_C^n, U_F^n) \\ F_F^i(U_C^n, U_F^n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_C^e(t^n) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Explicitation

Problème

$$F_F^i(U_C^n, U_F^n) = 0$$

Formulation implicite sur les **faces** (quel que soit le schéma d'intégration)

Splitting

Equation couplée implicite : un Newton

$$F_{\sigma,F}^i(U_C^n, U_F^n) + S_{FF} U_F^n + S_{FC} U_C^n = 0$$

Equation explicite itérée : plusieurs systèmes diagonaux

$$S_{FF} U_F^{n,m+1} = -F_{\sigma,F}^i(U_C^n, U_F^{n,m}) - S_{FC} U_C^n$$

Stabilisation

- Linéaire
- Bloc diagonale

Conditions d'application

CNS de convergence de l'algorithme itératif

$$\rho \left(S_{FF}^{-1} \frac{\partial F_{\sigma,F}^i}{\partial U_F}(U_C^n, U_F^n) \right) < 1$$

Multiplication de la stabilisation

$$S_{FF} \rightarrow \beta S_{FF}$$

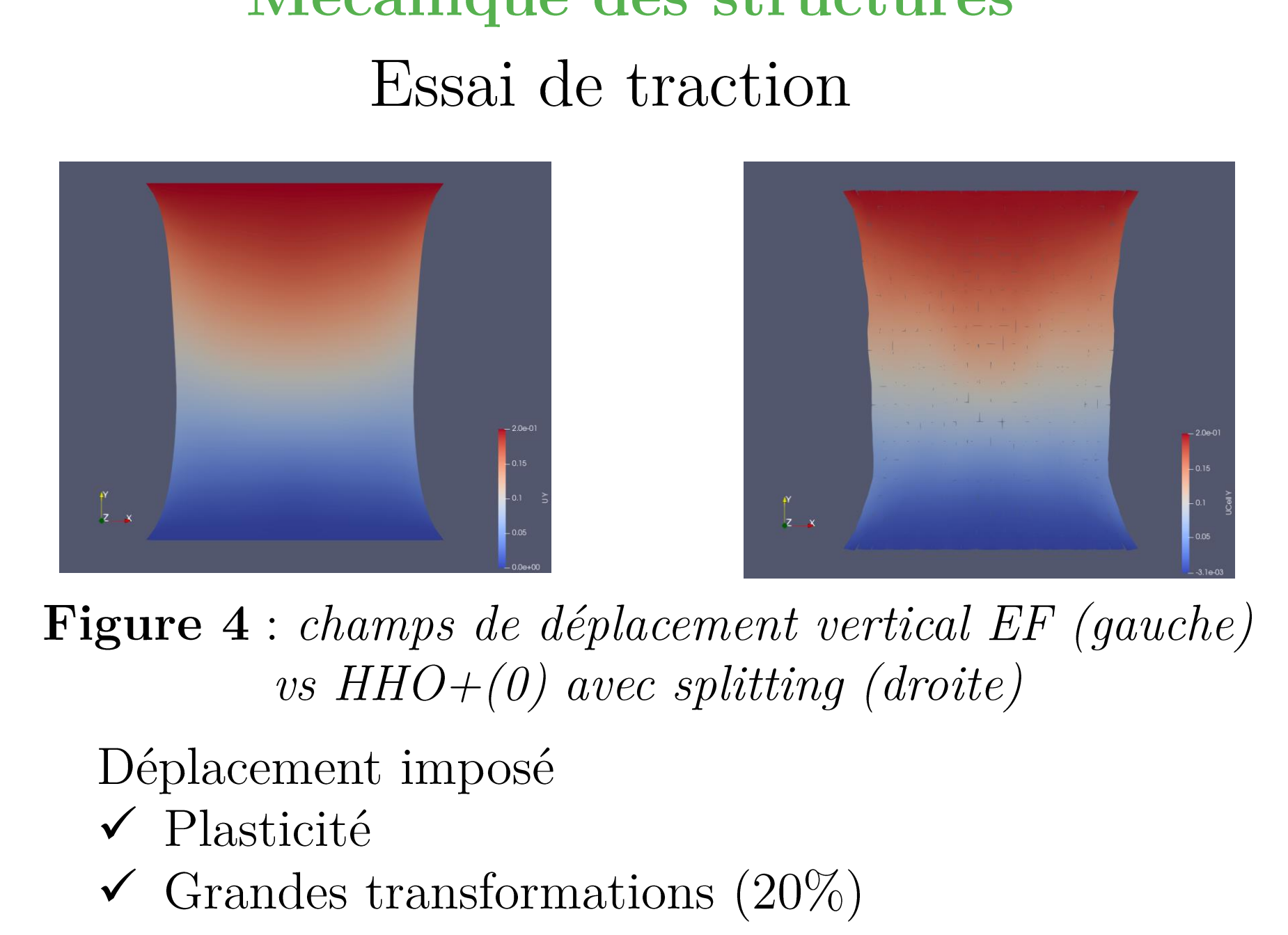
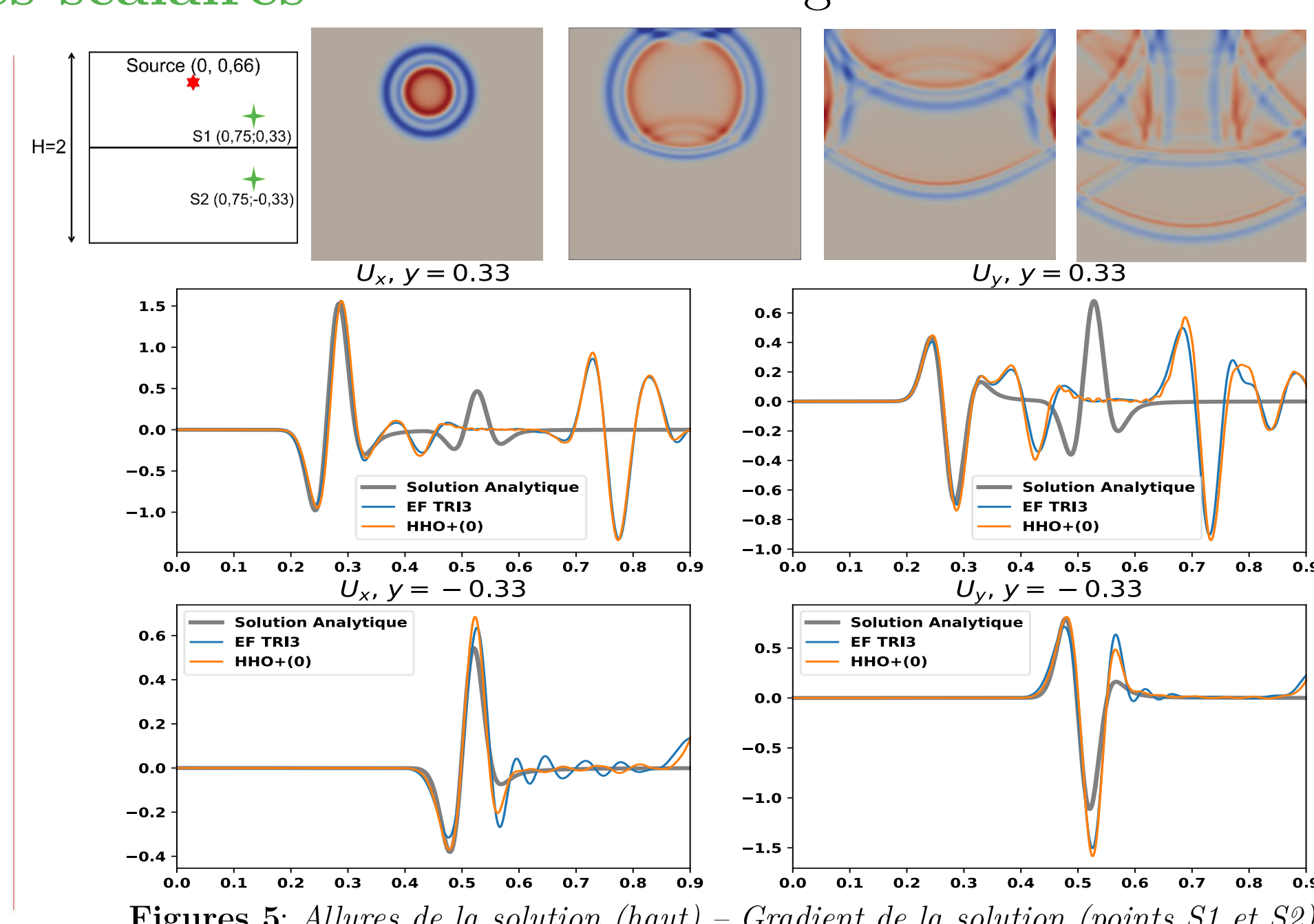
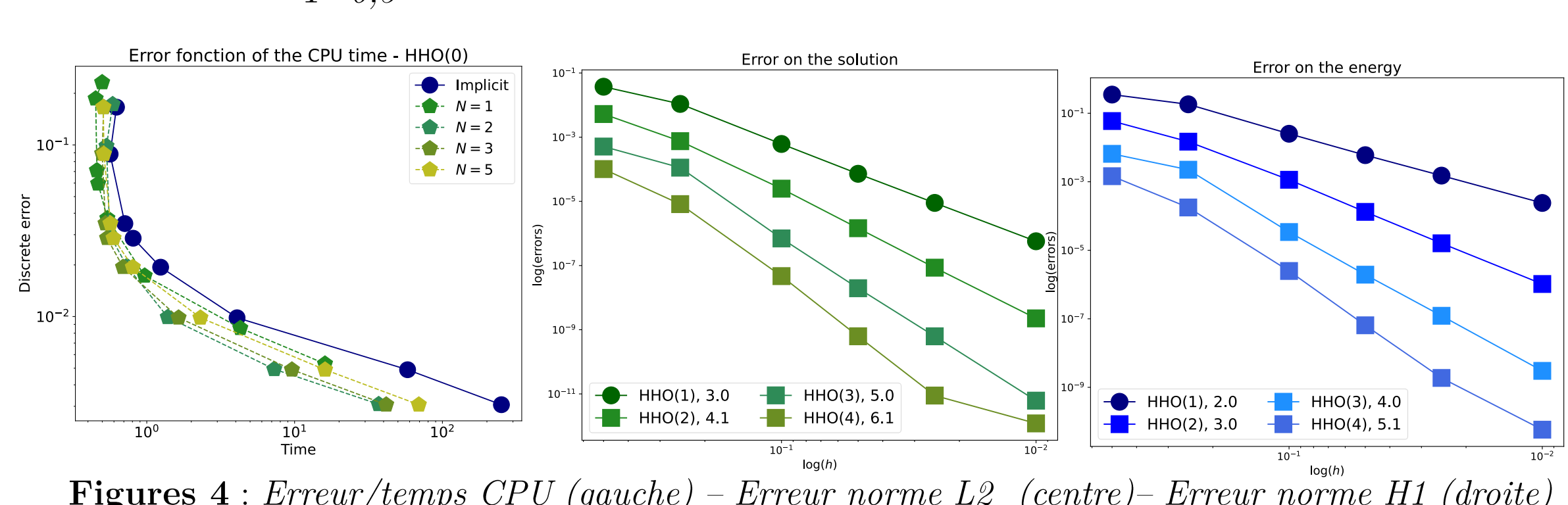
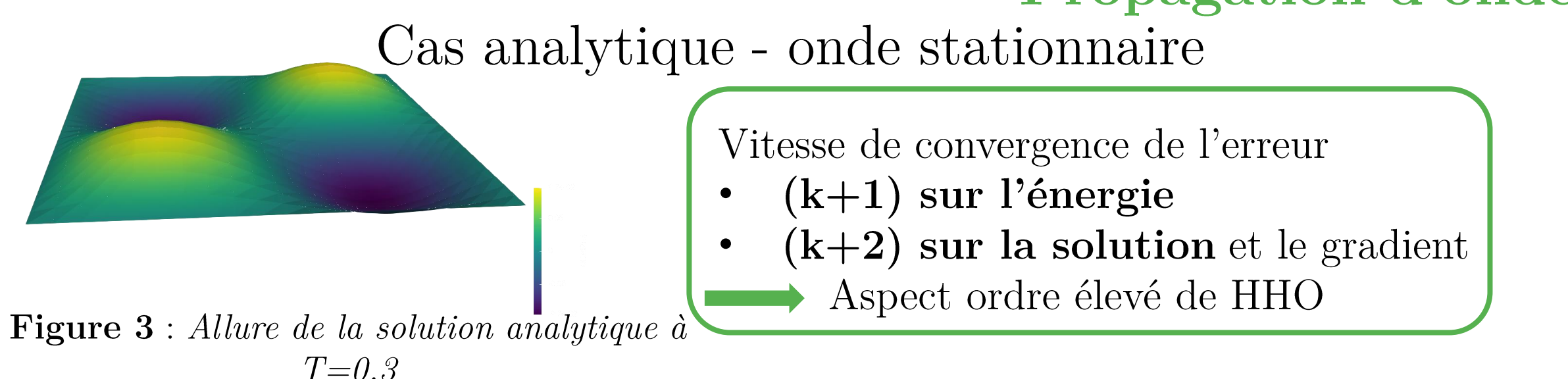
- Convergence assurée si $\beta > \beta^*$
- Paramètre β^* à déterminer
- β^* dépendant de la forme des mailles
- β^* perturbe la CFL et la solution
- β^* indépendant du pas de maillage
- β^* indépendant des paramètres physiques

Résultats

Propagation d'ondes scalaires

Milieu hétérogène

Mécanique des structures



Conclusions et perspectives

Comparaison éléments finis / HHO pour la dynamique

- Comparer les performances à coût CPU fixé
- Déterminer les cas préférentiels pour EF et HHO
- Mesurer la difficulté de gestion des paramètres du *splitting* HHO

Guide de l'ingénieur : EF vs HHO
Quelle méthode pour quelle simulation ?

Raffinement de maillage adaptatif (AMR)

- Développement d'estimateurs d'erreur a posteriori
- Campagne de test HPC

Quelques références

- Di Pietro, Daniele A., Ern, Alexandre and Lemaire, Simon. *An Arbitrary-Order and Compact-Stencil Discretization of Diffusion on General Meshes Based on Local Reconstruction Operators*, Computational Methods in Applied Mathematics, vol. 14, no. 4, 2014, pp. 461-472.
- Daniele Antonio Di Pietro, Alexandre Ern. *A hybrid high-order locking-free method for linear elasticity on general meshes*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, 2015, 283, pp.1-21.
- M. Abbas, A. Ern and N. Pignet, *A hybrid high-order method for incremental associative plasticity with small deformations*, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 346, 891-912 (2019)
- M. Abbas, A. Ern and N. Pignet, *A hybrid high-order method for finite elastoplastic deformations within a logarithmic strain framework*, Int. J. Numer. Methods Eng., 120, 303-327 (2019)
- E. Burman, O. Duran, A. Ern and M. Steins, *Convergence analysis of hybrid high-order methods for the wave equation*, J. Sci. Comput., 87(3), 91 (2021)